

Metodología para realizar una página web para resolver ejercicios de descomposición vectorial en 3 ejes

Javier Hernández Orozco¹, Juan Carlos Martínez Sandoval², Héctor Alejandro Cruz Esquivel³, Francisco Gabriel Puga Vega⁴, Luis Gabriel González Vázquez^{5*}

Resumen - Este artículo documenta la metodología empleada para diseñar, desarrollar y verificar una calculadora interactiva de acceso libre, ejecutable en cualquier navegador, para resolver ejercicios de descomposición vectorial y equilibrio de la partícula en tres ejes, desarrollada con asistencia de inteligencia artificial (IA) generativa como recurso didáctico del MOOC “Física: Fundamentos Vectoriales y Estática de la Partícula” del Tecnológico Nacional de México. El propósito principal fue sistematizar un proceso reproducible desde el análisis pedagógico hasta la evaluación formativa que otros diseñadores de cursos puedan replicar para construir herramientas similares sin depender de software comercial ni de una formación avanzada en programación. El procedimiento se organizó en cinco etapas inspiradas en el modelo ADDIE (análisis, diseño, desarrollo, verificación e implementación/evaluación) y dio lugar a una aplicación de una sola página, construida con HTML5, CSS3 y JavaScript, que calcula automáticamente los vectores unitarios (cosenos directores) de hasta tres cables y fuerzas adicionales, resuelve el sistema de ecuaciones de equilibrio $\Sigma F = 0$ mediante eliminación gaussiana, representa el problema en un entorno tridimensional interactivo (WebGL/Three.js) y despliega el procedimiento completo paso a paso. Para valorar su confiabilidad numérica se resolvieron cinco problemas de los libros de texto de Beer y Johnston y de Hibbeler, y se compararon los resultados con las respuestas publicadas: el error relativo promedio fue de 0.05 % y el máximo de 0.21 %, atribuible al redondeo de las respuestas de los libros a tres cifras significativas. Se concluye que la metodología propuesta produce una herramienta confiable, que reduce el tiempo y el riesgo de errores aritméticos frente al cálculo manual sin sustituir la comprensión conceptual del método, sino reforzándola mediante retroalimentación inmediata y visualización espacial; asimismo, se destaca que la verificación contra fuentes de referencia es indispensable cuando el código se desarrolla con apoyo de IA.

Palabras clave: Descomposición vectorial, Estática de la partícula, Calculadora interactiva, Simulación educativa, Inteligencia artificial generativa, MOOC.

Abstract - This article documents the methodology used to design, develop, and verify a free-access interactive calculator that runs in any web browser and solves three-dimensional vector decomposition and particle equilibrium exercises. The tool was developed

with the assistance of generative artificial intelligence (AI) as a learning resource for the MOOC “Physics: Vector Fundamentals and Particle Statics” of the Tecnológico Nacional de México. The main purpose was to systematize a reproducible process from pedagogical analysis to formative evaluation that other course designers can replicate to build similar tools without relying on commercial software or advanced programming skills. The procedure was organized into five stages inspired by the ADDIE model (analysis, design, development, verification, and implementation/evaluation) and resulted in a single-page application built with HTML5, CSS3, and JavaScript that automatically computes the unit vectors (direction cosines) of up to three cables and additional forces, solves the equilibrium system $\Sigma F = 0$ by Gaussian elimination, displays the problem in an interactive three-dimensional environment (WebGL/Three.js), and presents the complete step-by-step procedure. To assess its numerical reliability, five problems from the textbooks by Beer and Johnston and by Hibbeler were solved and compared with the published answers: the average relative error was 0.05 % and the maximum was 0.21 %, attributable to the rounding of the textbook answers to three significant figures. It is concluded that the proposed methodology produces a reliable tool that reduces time and the risk of arithmetic errors compared with manual calculation without replacing the conceptual understanding of the method, but rather reinforcing it through immediate feedback and spatial visualization; it is also highlighted that verification against reference sources is essential when code is developed with AI support.

Keywords: Vector decomposition, Particle statics, Interactive calculator, Educational simulation, Generative artificial intelligence, MOOC.

¹ Javier Hernández Orozco, Tecnológico Nacional de México / Dirección de Vinculación del TecNM. d.vinculacion0404@tecnm.mx

² Juan Carlos Martínez Sandoval, Tecnológico Nacional de México / IT de Ciudad Guzmán. juan.ms@cdguzman.tecnm.mx

³ Héctor Alejandro Cruz Esquivel, Tecnológico Nacional de México / IT de Ciudad Guzmán. hector.ce@cdguzman.tecnm.mx

⁴ Francisco Gabriel Puga Vega, Tecnológico Nacional de México / IT de Ciudad Guzmán. francisco.pv@cdguzman.tecnm.mx

^{5*} Luis Gabriel González Vázquez, Tecnológico Nacional de México / IT de Ciudad Guzmán. luis.gv@cdguzman.tecnm.mx (autor corresponsal)

I. INTRODUCCIÓN

La descomposición de fuerzas en sus componentes rectangulares y el análisis del equilibrio de una partícula en el espacio tridimensional constituyen contenidos fundamentales de los cursos de estática en ingeniería, sustentados en el método de los cosenos directores descrito ampliamente en los textos clásicos de la disciplina [1], [2]. Diversos estudios han documentado que las herramientas computacionales interactivas y las simulaciones cuando se diseñan siguiendo principios pedagógicos explícitos mejoran la comprensión conceptual, la motivación y el involucramiento de los estudiantes en asignaturas de ciencias e ingeniería [3]; un metaanálisis reciente de 46 estudios reporta un tamaño de efecto de 0.686 (g de Hedges) de los laboratorios virtuales sobre los resultados de aprendizaje en ingeniería, con efectos particularmente altos en motivación y compromiso [4]. En la misma línea, un metaanálisis sobre el aprendizaje basado en simulaciones en educación superior reporta efectos positivos grandes sobre la adquisición de habilidades complejas, especialmente cuando la simulación se acompaña de andamiaje instruccional [5], y una revisión sistemática previa concluye que las simulaciones computacionales potencian más que sustituyen la enseñanza tradicional de las ciencias [6]. En el ámbito específico de la estática existen precedentes de cursos web interactivos que incorporan applets y ejercicios autoevaluables como complemento de la enseñanza tradicional [7], lo que confirma la viabilidad técnica y pedagógica de trasladar problemas de equilibrio de la partícula a entornos web dinámicos.

Sin embargo, a pesar de la evidencia favorable sobre el uso de simulaciones, la investigación educativa reporta que los estudiantes de ingeniería continúan mostrando dificultades persistentes y específicas para comprender los vectores, mismas que se agudizan al extender el análisis de dos a tres dimensiones, pues exige gestionar simultáneamente los cosenos directores, la representación espacial de los cables o fuerzas y la resolución de un sistema de ecuaciones 3×3 [8]. La literatura revisada documenta ampliamente los beneficios generales de las simulaciones y de los laboratorios virtuales, pero rara vez detalla el proceso técnico-metodológico completo de la definición del modelo matemático a la verificación numérica que un diseñador de cursos sin formación en programación podría replicar para construir, de manera reproducible, una herramienta web específica para ejercicios de descomposición vectorial y equilibrio de la partícula en 3D dentro de un entorno MOOC autogestionado, en el que el estudiante no cuenta con retroalimentación inmediata de un instructor.

Paralelamente, la irrupción de la IA generativa ha modificado las condiciones en que los docentes pueden producir este tipo de recursos. Los modelos de lenguaje de gran escala ofrecen oportunidades para generar materiales didácticos, ejercicios y retroalimentación personalizada, aunque exigen supervisión experta y competencias críticas para validar lo que producen [9]; en física, se ha documentado que estos modelos pueden apoyar a profesores en formación en el diseño de tareas, siempre que el docente evalúe críticamente la corrección de lo generado [10]. En el terreno del software, un experimento controlado mostró que los programadores asistidos por IA completaron una tarea de desarrollo web en JavaScript 55.8 % más rápido que el grupo de control [11], y en la educación en computación se reconoce que estas herramientas reducen de manera notable las barreras de entrada a la programación [12]. No obstante, la evidencia también advierte que el código producido con asistentes de IA puede contener fallas que sus usuarios no detectan y sobre cuya calidad tienden a mostrar un exceso de confianza [13], por lo que la UNESCO recomienda una adopción centrada en el ser humano, con validación rigurosa de las herramientas antes de su uso con estudiantes [14]. Esta combinación de oportunidad y riesgo refuerza la necesidad de metodologías que integren la IA como apoyo al desarrollo de simuladores educativos, pero que incluyan etapas explícitas de verificación disciplinar.

En consecuencia, el objetivo del presente artículo es documentar y sistematizar la metodología utilizada para diseñar, desarrollar y verificar una página web interactiva ejecutable en cualquier navegador sin instalación ni conexión a servidor que resuelve ejercicios de descomposición vectorial y equilibrio de la partícula en tres ejes, así como contrastar los resultados que ofrece dicha herramienta con las respuestas publicadas de cinco problemas representativos de los libros de texto de estática [1], [2], con el propósito de valorar su confiabilidad numérica y su pertinencia como recurso didáctico del MOOC de física del Tecnológico Nacional de México.

II. METODOLOGÍA

El desarrollo de la herramienta se organizó en cinco etapas secuenciales, con un ciclo de retroalimentación entre la evaluación y el diseño que permite refinamientos posteriores; esta secuencia se inspira en el modelo ADDIE de diseño instruccional [15], adaptado al desarrollo de software educativo de una sola página. La Figura 1 sintetiza el organizador gráfico de las etapas, descritas a continuación.

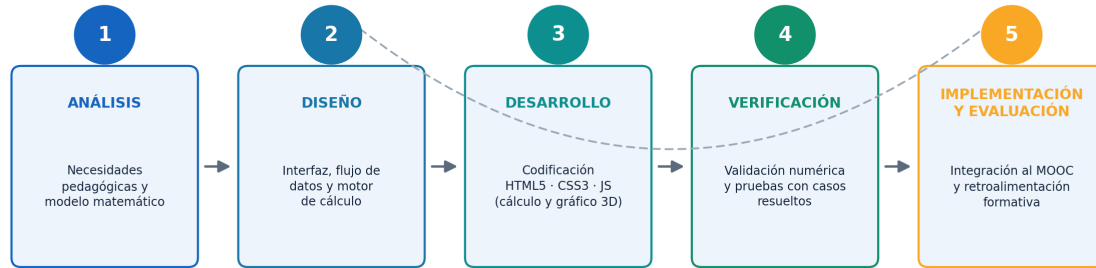


Figura 1. Organizador gráfico de las etapas metodológicas seguidas para el desarrollo de la calculadora interactiva.

1. Análisis. En esta etapa se identificaron las necesidades pedagógicas del Módulo IV del MOOC, correspondiente a estática en el espacio tridimensional, y se definió el modelo matemático que la herramienta debía resolver: el equilibrio de una partícula sometida a hasta tres tensiones de cable (T_1 , T_2 , T_3), un peso o fuerza principal (W) y fuerzas adicionales opcionales, todas descomponibles mediante vectores unitarios (cosenos directores) obtenidos a partir de las coordenadas de los puntos de anclaje. Se determinó también qué variables debían tratarse como datos conocidos y cuáles como incógnitas, de forma configurable por el usuario, para reproducir la diversidad de problemas que se plantean en los libros de texto de estática [1], [2].

2. Diseño. Se diseñó una interfaz de dos paneles: un panel izquierdo de captura de datos (sistema de unidades, convención de ejes dextrógiro o levógiro, coordenadas del nudo y de los puntos de anclaje, magnitudes y conmutadores de dato/incógnita) y un panel derecho con tres pestañas Gráfica 3D, Resultados y Procedimiento que muestran, respectivamente, la representación vectorial tridimensional, las magnitudes calculadas con la verificación de equilibrio, y el desarrollo algebraico completo. En esta fase se definió también el flujo de datos y el motor de cálculo: para n incógnitas ($n = 1, 2$ o 3) el sistema $\Sigma F_x = \Sigma F_y = \Sigma F_z = 0$ se resuelve mediante eliminación gaussiana con pivoteo parcial, seleccionando automáticamente las ecuaciones más adecuadas cuando el número de incógnitas es menor que tres.

3. Desarrollo. La herramienta se codificó como una aplicación de una sola página (HTML5, CSS3 y JavaScript nativo, sin dependencias de backend), lo que permite su ejecución sin instalación y su distribución como archivo descargable dentro del MOOC en la plataforma Open edX. El motor de cálculo se implementó en funciones JavaScript independientes (obtención de vectores unitarios, eliminación gaussiana, ensamblado y resolución del sistema de equilibrio) y la visualización tridimensional se construyó con la biblioteca WebGL Three.js [16], que renderiza los vectores de cada cable y fuerza, sus etiquetas numéricas y un sistema de referencia interactivo (rotación con el mouse y zoom con la rueda). Una cuarta función genera, a partir de la misma solución, el despliegue textual del procedimiento paso a paso: diagrama de cuerpo libre, vectores de posición, cosenos directores, sistema de ecuaciones y verificación final. La codificación se realizó con asistencia de un modelo de IA generativa conversacional,

mediante un proceso iterativo en el que el autor especificó en lenguaje natural los requisitos pedagógicos, el modelo matemático y la apariencia de la interfaz, y revisó, probó y corrigió cada versión del código generado [9], [11]. Este esquema permitió a un docente sin formación especializada en programación obtener una herramienta funcional en un tiempo reducido, a condición de someterla a la verificación descrita en la etapa siguiente [13]. La Calculadora interactiva se realizó utilizando una cuenta PRO de Claude IA y la revisión sistemática fue realizada por los autores.

4. Verificación. Para validar el motor de cálculo se contrastaron sus resultados con la resolución analítica manual de problemas representativos de la bibliografía de estática, verificando en cada caso que el residuo de la sumatoria de fuerzas ($\sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2 + \Sigma F_z^2}$) fuera menor que la tolerancia establecida (0.005 en las unidades de fuerza seleccionadas). También se probaron casos límite: sistemas con una, dos y tres incógnitas; geometrías degeneradas (cables coplanares o paralelos, que el programa detecta y reporta como sistemas singulares); y la función de “verificación” para cuando las cuatro magnitudes son datos conocidos, útil para comprobar diagramas de cuerpo libre ya resueltos por el estudiante. Finalmente, se resolvieron con la calculadora cinco problemas publicados en [1] y [2] y se compararon sus resultados con las respuestas de los libros mediante el error relativo porcentual, $\%error = |\text{valor del libro} - \text{valor de la calculadora}| / |\text{valor del libro}| \times 100$ (sección 3).

5. Implementación y evaluación. La herramienta se integró como recurso descargable del Módulo IV, con instrucciones de uso dirigidas a estudiantes sin experiencia previa en herramientas computacionales. Al tratarse de un archivo HTML autocontenido, puede utilizarse sin conexión a internet una vez descargado, lo que favorece su uso en el contexto autogestionado del MOOC. Se previó un ciclo de evaluación formativa con retroalimentación de estudiantes y del equipo de revisión disciplinar del curso cuyos hallazgos retroalimentan directamente la etapa de diseño para futuras versiones, cerrando el ciclo iterativo representado en la Figura 1.

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados se presentan en dos apartados: en el primero se muestra, paso a paso, la solución de un problema resuelto mediante la calculadora interactiva; en el segundo se presentan los enunciados y los resultados de cuatro ejercicios adicionales,

de modo que se comparan, mediante tablas, los resultados de cinco casos distintos. En todos los casos se reporta la variación absoluta entre la respuesta del libro y la de la calculadora, así como el error relativo porcentual definido en la sección 2.

A. Ejemplo de uso de la calculadora interactiva

Problema resuelto 2.1. Mecánica Vectorial para Ingenieros Estática undécima edición en español [2].

Un cilindro de 200 kg se sostiene por medio de dos cables AB y AC que se amarran en la parte más alta de una pared vertical. Una fuerza horizontal P perpendicular a la pared lo sostiene en la posición que se muestra en la Figura 2. Determine la magnitud de P y la tensión en cada cable [2].

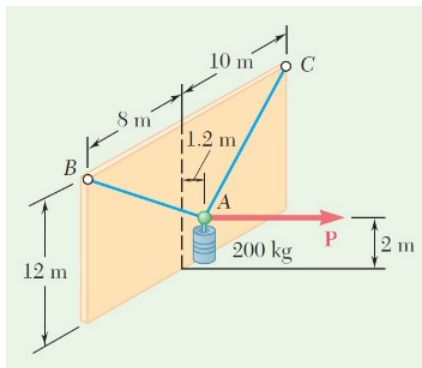


Figura 2. Esquema del problema resuelto 2.1. Fuente: [2]

Una vez que se revisa de forma visual el esquema, se obtienen los datos que se presentarán en la Tabla 1 y se introducirán en la calculadora interactiva, seleccionando la opción de coordenadas absolutas. El origen se colocó en el punto A y el eje y se tomó vertical, de modo que el peso $W = mg = (200 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 1962 \text{ N}$ actúa en la dirección $-y$, mientras que la fuerza P se modeló como una tercera incógnita en la dirección $+x$ (vector unitario de AD).

Tabla 1. Datos del problema resuelto 2.1 capturados en la calculadora.

Variable/constante	x	y	z	Magnitud
A	0	0	0	No aplica
$AB \rightarrow T_1$	-1.2	10	8	Incógnita
$AC \rightarrow T_2$	-1.2	10	-10	Incógnita
$AD \rightarrow T_3 = P$	1	0	0	Incógnita
W	0	-1	0	1962 N

La Figura 3 muestra la pestaña Resultados de la calculadora. En el primer panel se despliegan las longitudes de los vectores de posición ($|AB| = 12.8623 \text{ m}$, $|AC| = 14.1930 \text{ m}$ y $|AD| = 1.0000 \text{ m}$) y los vectores unitarios correspondientes, $\lambda_{AB} = (-0.0933, 0.7775, 0.6220)$, $\lambda_{AC} = (-0.0845, 0.7046, -0.7046)$ y $\lambda_{AD} = (1, 0, 0)$, junto con la dirección normalizada del peso, $\lambda_W = (0, -1, 0)$. En el segundo panel se reportan las magnitudes calculadas, $T_{AB} = 1401.9959 \text{ N}$, $T_{AC} = 1237.6258 \text{ N}$ y $P = T_{AD} = 235.4400 \text{ N}$, con $W = 1962 \text{ N}$ como dato. Finalmente, el panel de verificación indica que ΣF_x , ΣF_y y ΣF_z son iguales a 0.000000

N, con lo cual la propia herramienta confirma que la solución satisface el equilibrio.

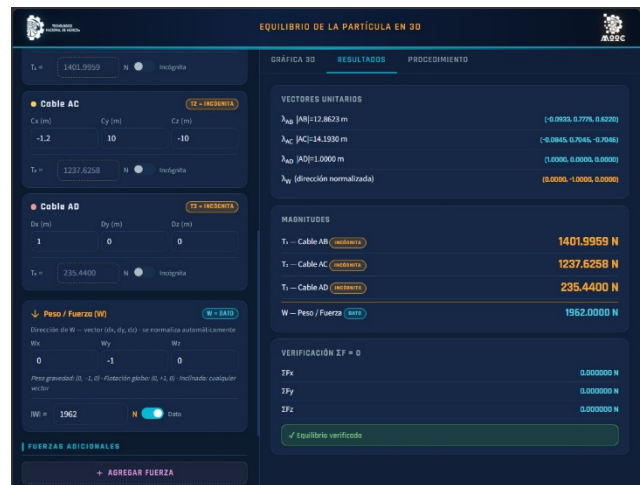


Figura 3. Resultados obtenidos del problema resuelto 2.1.

En la Figura 4 se presenta la pestaña Gráfica 3D, en la que la calculadora dibuja, en un sistema de referencia dextrógiro, el nudo A en el origen y los vectores de cada fuerza con un código de colores: el cable AB (cian) hacia el punto B, el cable AC (amarillo) hacia el punto C, la fuerza P (rosa) en la dirección $+x$ y el peso W (verde) en la dirección $-y$, cada uno etiquetado con su magnitud. El estudiante puede rotar la escena arrastrando el ratón y acercarla o alejarla con la rueda, lo que le permite contrastar el diagrama de cuerpo libre que trazó en papel con la geometría espacial del problema, uno de los aspectos que la literatura identifica como más difíciles en el aprendizaje de los vectores en tres dimensiones [8].



Figura 4. Gráfico 3D del problema resuelto 2.1.

La Figura 5 muestra la pestaña Procedimiento, que reproduce la secuencia de solución que se enseña en los cursos de estática [1], [2]: (1) identificación de las fuerzas en el diagrama de cuerpo libre, con la distinción entre incógnitas (T_1 , T_2 , T_3) y datos (W) y la condición $\Sigma F_x = \Sigma F_y = \Sigma F_z = 0$; (2) cálculo de los vectores de posición y de las longitudes de los cables; (3) obtención de los vectores unitarios (cosenos directores), y (4) expresión vectorial de todas las fuerzas, a partir de la cual se

plantea y resuelve el sistema de ecuaciones y se verifica el equilibrio. Esta pestaña permite al estudiante comparar cada resultado intermedio con su propio desarrollo y localizar el paso exacto en el que cometió un error, en lugar de conocer únicamente la respuesta final.



Figura 5. Procedimiento descrito por la calculadora interactiva.

En la Tabla 2 se comparan los resultados reportados en el libro con los obtenidos con la calculadora interactiva.

Tabla 2. Comparación de resultados del problema resuelto 2.1.

Variable	Libro	Calculadora	Variación	% error
P	235 N	235.4400 N	0.4400 N	0.1872 %
T_{AB}	1402 N	1401.9959 N	0.0041 N	0.0003 %
T_{AC}	1238 N	1237.6258 N	0.3742 N	0.0302 %
Promedio				0.0726 %

B. Validación con ejercicios de la bibliografía

A continuación, se presentan los resultados de cuatro casos de estudio clásicos de descomposición vectorial y equilibrio de la partícula en tres dimensiones.

Ejercicio planteado 2.101. Mecánica Vectorial para Ingenieros Estática undécima edición en español [2].

Se usan tres cables para amarrar el globo que se muestra en la Figura 6. Determine la fuerza vertical P que ejerce el globo en la A , si se sabe que la tensión en el cable AD es de 481 N.

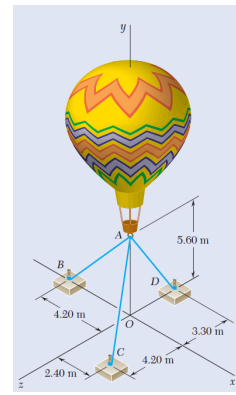


Figura 6. Globo aerostático. Fuente: [2]

En la Tabla 3 se comparan los resultados reportados en el libro con los obtenidos con la calculadora interactiva.

Tabla 3. Comparación de resultados del ejercicio planteado 2.101.

Variable	Libro	Calculadora	Variación	% error
P	926 N	926.0571 N	0.0571 N	0.0061 %
Promedio				0.0061 %

Ejercicio planteado 2.106. Mecánica Vectorial para Ingenieros Estática undécima edición en español Beer [2]. Tres cables sostienen una caja de 1600 lb como se muestra en la Figura 7. Determine la tensión en cada cable.

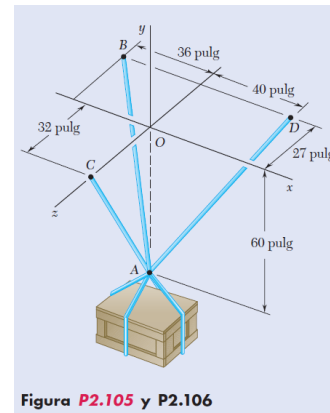


Figura P2.105 y P2.106

Figura 7. Caja suspendida por tres cables. Fuente: [2]

En la Tabla 4 se comparan los resultados reportados en el libro con los obtenidos con la calculadora interactiva.

Tabla 4. Comparación de resultados del ejercicio planteado 2.106.

Variable	Libro	Calculadora	Variación	% error
T_{AB}	571 lb	570.9188 lb	0.0812 lb	0.0142 %
T_{AC}	830 lb	829.8305 lb	0.1695 lb	0.0204 %
T_{AD}	528 lb	527.5290 lb	0.4710 lb	0.0892 %
Promedio				0.0413 %

Ejemplo resuelto 3.7. Ingeniería Mecánica Estática, décimo segunda edición en español [1]. Determine la fuerza en cada

cable que se ha usado para sostener la caja de 40 lb que se muestra en la Figura 8 [1].

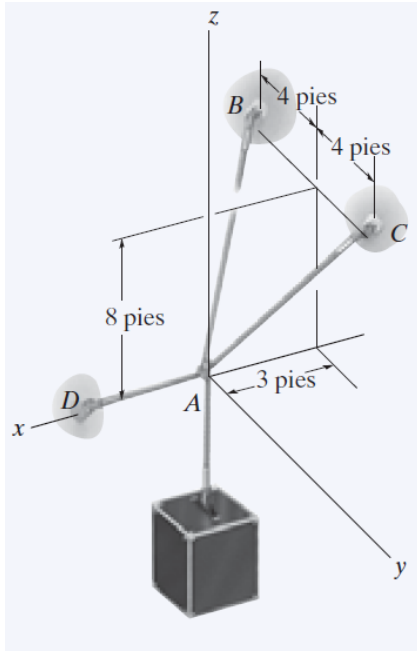


Figura 8. Esquema del ejemplo resuelto 3.7. Fuente de consulta: [1]

En la Tabla 5 se comparan los resultados reportados en el libro con los obtenidos con la calculadora interactiva.

Tabla 5. Comparación de resultados del ejemplo resuelto 3.7.

Variable	Libro	Calculadora	Variación	% error
F_B	23.6 lb	23.585 lb	0.0150 lb	0.0636 %
F_C	23.6 lb	23.585 lb	0.0150 lb	0.0636 %
F_D	15 lb	15.000 lb	0.0000 lb	0.0000 %
Promedio				0.0424 %

Ejercicio planteado 3-50. Ingeniería Mecánica Estática, décimo segunda edición en español [1]. Determine la fuerza necesaria en cada cable para sostener la plataforma de 3500 lb. Considere $d = 2$ pies, como se aprecia en la Figura 9 [1].

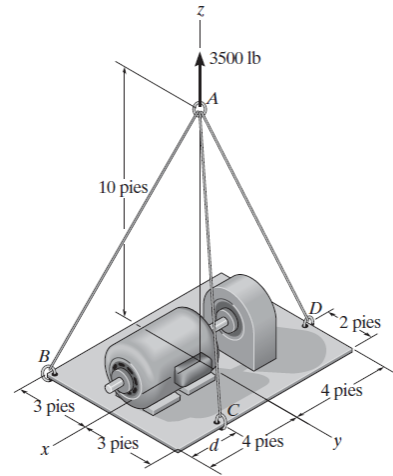


Figura 9. Esquema del ejercicio planteado 3-50. Fuente de consulta: [1]

En la Tabla 6 se comparan los resultados reportados en el libro con los obtenidos con la calculadora interactiva.

Tabla 6. Comparación de resultados del ejercicio planteado 3-50.

Variable	Libro	Calculadora	Variación	% error
F_{AB}	1370 lb (1.37 kip)	1369.5916 lb	0.4084 lb	0.0298 %
F_{AC}	744 lb (0.744 kip)	744.1102 lb	0.1102 lb	0.0148 %
F_{AD}	1700 lb (1.70 kip)	1703.6230 lb	3.6230 lb	0.2131 %
Promedio				0.0859 %

La Tabla 7 resume el error relativo promedio obtenido en cada uno de los cinco casos y el promedio general.

Tabla 7. Promedio obtenido de los casos estudiados.

Caso	Promedio de error %
Problema resuelto 2.1.	0.0726 %
Ejercicio planteado 2.101.	0.0061 %
Ejercicio planteado 2.106.	0.0413 %
Ejemplo resuelto 3.7.	0.0424 %
Ejercicio planteado 3-50.	0.0859 %
Promedio	0.0496 %

El error relativo promedio de los cinco casos fue de 0.0496 % (≈ 0.05 %), con un valor máximo de 0.2131 % en la fuerza F_{AD} del ejercicio 3-50. Estas diferencias no se originan en el motor de cálculo, sino en que los libros de texto reportan sus respuestas redondeadas a tres cifras significativas (cuatro cuando el primer dígito es 1) [2]: por ejemplo, el valor de 1703.6 lb que obtiene la calculadora se publica como 1.70 kip, lo que por sí solo introduce una diferencia de 0.21 %, y en el problema resuelto 2.1 la fuerza $P = 235.44$ N se reporta como 235 N (0.19 %). En este sentido, Beer et al. señalan que, dada la incertidumbre de los datos en los problemas prácticos de ingeniería, rara vez es necesaria o significativa una exactitud superior a 0.2 % [2]. El error promedio obtenido es cuatro veces menor que dicho umbral y el único valor que lo rebasa ligeramente se explica por completo por el redondeo de la

respuesta publicada. Además, en todos los casos el residuo de equilibrio calculado por la herramienta fue nulo dentro de la tolerancia establecida, por lo que puede afirmarse que la calculadora reproduce las soluciones de referencia con una exactitud suficiente para emplearse como herramienta de verificación en el MOOC.

IV. CONCLUSIONES

La metodología de cinco etapas análisis, diseño, desarrollo, verificación e implementación/evaluación permitió construir una herramienta web funcional, verificada y adecuada para su integración en un MOOC de física. La comparación de los resultados de la calculadora con las respuestas publicadas de cinco problemas de los libros de Beer y Johnston y de Hibbeler arrojó un error relativo promedio de 0.05 % y un máximo de 0.21 %, atribuible al redondeo de las respuestas de los libros a tres cifras significativas, lo que confirma la confiabilidad numérica del motor de cálculo desarrollado.

La diferencia principal entre la resolución manual y la calculadora no radica en el resultado, sino en el proceso: la resolución manual de un problema de equilibrio en tres dimensiones exige el manejo cuidadoso de raíces cuadradas y de un sistema de tres ecuaciones simultáneas, y es susceptible a errores de signo o de redondeo en cada paso; la calculadora entrega el resultado en menos de un segundo y expone el procedimiento algebraico completo, lo que permite al estudiante verificar su propio trabajo sin depender de la retroalimentación de un instructor, una ventaja particularmente relevante en el contexto autogestionado de un MOOC, dado el efecto que la retroalimentación oportuna tiene sobre el aprendizaje [17]. En este sentido, la herramienta no sustituye el aprendizaje del método analítico, sino que lo refuerza: su valor didáctico reside en la visualización espacial inmediata y en la verificación instantánea del equilibrio, más que en evitar el cálculo.

Por otra parte, la experiencia confirma que la IA generativa permite a un docente sin formación especializada en programación desarrollar simuladores y calculadoras a la medida de su curso en tiempos reducidos [9], [11], pero también que esta ventaja solo es aprovechable si se acompaña de una etapa rigurosa de verificación disciplinar: el contraste con problemas de referencia de la bibliografía es el mecanismo que permite detectar errores de programación que la autoverificación de la propia herramienta no revela [13], [14].

Como limitación, el presente estudio verifica la exactitud numérica de la herramienta, pero aún no mide su efecto en el aprendizaje de los participantes del MOOC. Como trabajo futuro se propone evaluar dicho impacto mediante un diseño con pretest y posttest, así como extender esta metodología al desarrollo de herramientas análogas para momentos de fuerza en 3D, equilibrio del cuerpo rígido y armaduras espaciales.

REFERENCIAS

- [1] R. C. Hibbeler, Ingeniería mecánica: Estática, 12.a ed. Naucalpan de Juárez, México: Pearson Educación, 2010.
- [2] F. P. Beer, E. R. Johnston Jr., y D. F. Mazurek, Mecánica vectorial para ingenieros: Estática, 11.a ed. Ciudad de México, México: McGraw-Hill Education, 2017.
- [3] C. E. Wieman, W. K. Adams, y K. K. Perkins, «PhET: Simulations that enhance learning», *Science*, vol. 322, n.o 5902, pp. 682-683, oct. 2008, doi: 10.1126/science.1161948.
- [4] J. Li y W. Liang, «Effectiveness of virtual laboratory in engineering education: A meta-analysis», *PLOS ONE*, vol. 19, n.o 12, p. e0316269, dic. 2024, doi: 10.1371/journal.pone.0316269.
- [5] O. Chernikova, N. Heitzmann, M. Stadler, D. Holzberger, T. Seidel, y F. Fischer, «Simulation-based learning in higher education: A meta-analysis», *Rev. Educ. Res.*, vol. 90, n.o 4, pp. 499-541, 2020, doi: 10.3102/0034654320933544.
- [6] N. Rutten, W. R. van Joolingen, y J. T. van der Veen, «The learning effects of computer simulations in science education», *Comput. Educ.*, vol. 58, n.o 1, pp. 136-153, 2012, doi: 10.1016/j.compedu.2011.07.017.
- [7] P. Steif y A. Dollar, «An interactive web-based statics course», en *Proc. ASEE Annu. Conf. Expo.*, Honolulu, HI, EE. UU., 2007, pp. 12.224.1-12.224.12.
- [8] S. Sabah, «Science and engineering students' difficulties in understanding vector concepts», *EURASIA J. Math. Sci. Technol. Educ.*, vol. 19, n.o 8, p. em2310, 2023, doi: 10.29333/ejmste/13431.
- [9] E. Kasneci et al., «ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education», *Learn. Individ. Differ.*, vol. 103, p. 102274, 2023, doi: 10.1016/j.lindif.2023.102274.
- [10] S. Küchemann et al., «Can ChatGPT support prospective teachers in physics task development?», *Phys. Rev. Phys. Educ. Res.*, vol. 19, n.o 2, p. 020128, 2023, doi: 10.1103/PhysRevPhysEducRes.19.020128.
- [11] S. Peng, E. Kalliamvakou, P. Cihon, y M. Demirel, «The impact of AI on developer productivity: Evidence from GitHub Copilot», 2023, arXiv: 2302.06590.
- [12] P. Denny et al., «Computing education in the era of generative AI», *Commun. ACM*, vol. 67, n.o 2, pp. 56-67, 2024, doi: 10.1145/3624720.
- [13] N. Perry, M. Srivastava, D. Kumar, y D. Boneh, «Do users write more insecure code with AI assistants?», en *Proc. ACM SIGSAC Conf. Comput. Commun. Secur. (CCS '23)*, Copenhagen, Dinamarca, 2023, doi: 10.1145/3576915.3623157.
- [14] F. Miao y W. Holmes, Guidance for generative AI in education and research. Paris, Francia: UNESCO, 2023, doi: 10.54675/EWZM9535.
- [15] R. M. Branch, Instructional design: The ADDIE approach. Nueva York, NY, EE. UU.: Springer, 2009.
- [16] Three.js Contributors, «Three.js – JavaScript 3D library», 2024. [En línea]. Disponible en: <https://threejs.org/>
- [17] J. Hattie y H. Timperley, «The power of feedback», *Rev. Educ. Res.*, vol. 77, n.o 1, pp. 81-112, 2007, doi: 10.3102/003465430298487.