

Simulación en MATLAB®-Simulink® del comportamiento de las variables de posición y velocidad de un motor de DC mediante su modelo

Morales-Flores, Miguel Ángel; González-Amayo, Eduardo; Márquez-Juárez, Saulo.
TecNM/Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan.

Resumen - Los motores de corriente directa son dispositivos altamente utilizados en diferentes procesos hoy en día, sujetos a análisis y estudios de comportamiento para su uso práctico dentro de sistemas. El diseño dinámico de los motores atiende a los parámetros para los cuales fueron diseñados, en este entendido, constituyen la característica esencial, derivado de ellos muchos de los parámetros son difíciles de obtener. El presente artículo realiza una simulación del comportamiento de las variables de posición y velocidad respecto al voltaje en armadura del motor de corriente directa DCX 6S de la marca Maxon®, los objetivos son obtener el modelo del motor, parametrizar las magnitudes del motor y simular el comportamiento en MATLAB®-Simulink® y Script para posición y velocidad. Los resultados de la simulación muestran que el lenguaje de programación propuesto puede calcular y graficar las variables de posición y velocidad del motor de DC a partir de su función de transferencia, se presenta en gráficas el comportamiento de la variable dependiente Newtons, Rad/s, Grados y Amperes, de donde se subraya el par máximo, par nominal, velocidad angular nominal y la intensidad máxima.

Índice de Términos - MATLAB®-Simulink®, Motor DC, Comportamiento de variables

MATLAB-SIMULINK® SIMULATION OF POSITION AND SPEED BEHAVIOR IN A DC MOTOR USING ITS MODEL

Documento recibido el 1 de mayo de 2024.

M. F. Miguel Ángel, profesor de Asignatura del TecNM/Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan, División de Ingeniería Electromecánica (prof_miguelangelmorales@ajalpan.tecnm.mx).

G. A. Eduardo, profesor asociado del TecNM/Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan, División de Ingeniería Electromecánica (prof_eduardogonzalezamayo@ajalpan.tecnm.mx).

M. J. Saulo, profesor de Asignatura del TecNM/Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan, División de Ingeniería Electromecánica (prof_saulomarquezjuarez@ajalpan.tecnm.mx).

Abstract: Direct current motors are widely used devices in various processes today, subject to analysis and behavior studies for their practical use within systems. The dynamic design of the motors caters to the parameters for which they were designed, in this sense, they constitute the essential characteristic, derived from them many of the parameters are difficult to obtain. This article simulates the behavior of the position and speed variables with respect to the armature voltage of the DCX 6S DC motor from the Maxon® brand. The objectives are to obtain the motor model, parameterize the motor magnitudes, and simulate the behavior in MATLAB®-Simulink® and Script for position and speed. The simulation results show that the proposed programming language can calculate and graph the position and speed variables of the DC motor from its transfer function. The behavior of the dependent variable Newtons, Rad/s, Degrees, and Amperes is presented in graphs, from which the maximum torque, nominal torque, nominal angular speed, and maximum current are highlighted.

Index Terms- MATLAB®-Simulink®, DC Motor, Behavior of variables.

I. INTRODUCCIÓN

Los motores son el corazón de las máquinas y aparatos en general, lo mueven todo [1], las máquinas de corriente directa se caracterizan por estar desacopladas del flujo principal y del par electromagnético [2]. Los motores eléctricos con frecuencia se usan como elemento de control final en los sistemas de control por posición o de velocidad. En un motor de corriente directa convencional, las bobinas de alambre están montadas en ranuras en un cilindro de material magnético llamado armadura [3]. En la actualidad los métodos de control de velocidad se han desarrollado considerablemente, lo más común es el control de velocidad por corriente de campo y el control de velocidad por corriente de armadura, que son técnicas de control no lineal [4].

Para poder analizar el funcionamiento de estos modelos, se requiere analizar el comportamiento físico del sistema, los parámetros y las variables de interés, para ello se determina su diseño dinámico a partir de la estipulación por leyes y postulados, para la parte eléctrica se establece mediante las leyes de Kirchhoff (corriente y voltaje) y para la parte mecánica a partir de las leyes de Newton [5].

Una vez establecidas las ecuaciones que rigen el comportamiento del sistema, se establece una relación entre las mismas, para el sistema, para poder interactuar con las variables de posición y velocidad respecto al voltaje de entrada [6]. Una vez obteniendo las ecuaciones diferenciales se procede a la aplicación de transformada de Laplace para representar el sistema dinámico en el espacio, con condiciones iniciales iguales a cero, ya que si se estipulan condiciones iniciales diferentes de cero es difícil la obtención de su función de transferencia.

A partir de la obtención de las funciones de transferencia, se realiza la programación mediante el uso de MATLAB®. Dentro del presente trabajo se presenta la simulación y se determina el comportamiento de la velocidad y posición del motor con respecto al voltaje de armadura en condiciones iniciales establecidas. Por último, se concluye analizando los resultados obtenidos de la simulación con los valores planteados por su ficha técnica

II. CARACTERIZACIÓN DEL MODELO

Un motor de CD es un dispositivo formado por un circuito eléctrico y un sistema mecánico de rotación. Su finalidad es la de proporcionar torque a una carga [7].

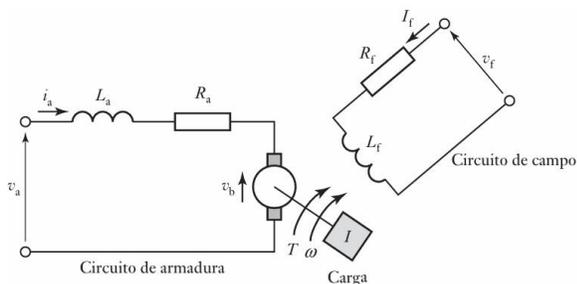


Fig. 1. Circuitos de un motor de C.D. [3]

El motor de CD es un dispositivo que proporciona energía, a manera de torque, a una carga. La función de transferencia del motor se establece como una aproximación lineal de un motor real. [8]

El motor de CD controlado por corriente de armadura i_a supone una corriente de campo i_c constante, por lo que el torque del motor está expresado por [9]:

$$T_m(s) = (K_a K_c I_c) I_a(s) = K_m I_a(s)$$

La corriente de armadura i_a se relaciona con el voltaje de entrada aplicado a la armadura por:

$$V_a(s) = (sL_a + R_a)I_a(s) + V_b(s)$$

donde $V_b(s)$ es el voltaje de la fuerza contraelectromotriz, que es proporcional a la velocidad $\omega(s)$ del motor:

$$V_b(s) = K_b \omega(s)$$

III. MATERIALES Y MÉTODOS

Para obtener el modelo matemático del motor de DC se consideraron dos secciones:

A. Análisis del circuito eléctrico de armadura

Establecemos la relación de voltajes existentes en el circuito de armadura, por lo tanto:

$$L \frac{di(t)}{dt} = v(t) - Ri(t) - E_a(t) \quad (1)$$

Donde $E_a(t)$ (Fuerza contraelectromotriz [volts]) es una tensión generada que resulta cuando los conductores de la armadura se mueven a través del flujo de campo establecido por la corriente del campo

B. Análisis de la parte mecánica

La parte de la sección mecánica viene dada por la ecuación:

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = T_m(t) - B\omega(t) \quad (2)$$

Donde $T_m(t)$ es el torque del motor de corriente continua, B es el coeficiente de fricción equivalente al motor de DC y la carga montados sobre el eje del motor, J es el momento de inercia total del rotor y de la carga con relación al eje del motor, $\omega(t)$ es la velocidad angular del motor y $\frac{d\omega(t)}{dt}$ es la aceleración angular.

Para poder lograr la interacción entre las ecuaciones anteriores se proponen las siguientes dos ecuaciones:

$$E_a(t) = K_a \omega(t) \quad (3)$$

$$T_m(t) = K_m i(t) \quad (4)$$

Donde K_a es una constante contraelectromotriz expresada en $\frac{V}{rad/seg}$ y K_m es una constante de torque expresada en $\frac{Nm}{A}$

Función de transferencia mediante la transformada de Laplace, estableciendo condiciones iniciales nulas:

$$LsI(s) = V(s) - RI(s) - E_a(s) \quad (5)$$

$$Js\omega(s) = T_m(s) - B\omega(s) \quad (6)$$

$$E_a(s) = K_a \omega(s) \quad (7)$$

$$T_m(s) = K_m I(s) \quad (8)$$

1) Función de transferencia: $\frac{T_m(s)}{V(s)}$

Relación del torque con respecto al voltaje de entrada

$$Ls \left(\frac{T_m(s)}{K_m} \right) = V(s) - R \left(\frac{T_m(s)}{K_m} \right) - K_a \omega(s) \quad (9)$$

$$V(s) = \frac{(R + Ls)T_m(s)}{K_m} + K_a \omega(s) \quad (10)$$

Velocidad angular:

$$\omega(s) = \frac{T_m(s)}{Js + B} \quad (11)$$

De donde

$$V(s) = \frac{(R + Ls)T_m(s)}{K_m} + K_a \frac{T_m(s)}{Js + B} \quad (12)$$

Por lo tanto:

$$\frac{T_m(s)}{V(s)} = \frac{K_m(Js + B)}{LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_a K_m} \quad (13)$$

2) Función de transferencia: $\frac{\omega(s)}{V(s)}$

Para obtener la relación de velocidad con respecto al voltaje de entrada, despejamos el par:

$$T_m(s) = Js\omega(s) + B\omega(s) \quad (14)$$

$$T_m(s) = (Js + B)\omega(s) \quad (15)$$

De donde

$$V(s) = \frac{(R + Ls)(Js + B)\omega(s)}{K_m} + K_a \frac{(Js + B)\omega(s)}{Js + B} \quad (16)$$

Por lo tanto:

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{K_m}{LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_a K_m} \quad (17)$$

3) Función de transferencia: $\frac{\theta(s)}{V(s)}$

Para obtener la relación de posición con respecto al voltaje de entrada, se integra la velocidad, y se multiplicamos por $\frac{1}{s}$

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{K_m}{s(LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_a K_m)} \quad (18)$$

4) Función de transferencia: $\frac{I(s)}{V(s)}$

Para obtener la relación de la corriente con respecto al voltaje de entrada

$$LsI(s) = V(s) - RI(s) - K_a \omega(s) \quad (19)$$

$$V(s) = LsI(s) + RI(s) + K_a \omega(s) \quad (20)$$

Velocidad angular:

$$\omega(s) = \frac{T_m(s)}{Js + B} \quad (21)$$

Para lo que

$$V(s) = LsI(s) + RI(s) + K_a \frac{T_m(s)}{Js + B} \quad (2)$$

Sustituimos el valor de $T_m(s)$ en la ecuación 12

$$V(s) = LsI(s) + RI(s) + K_a \frac{K_m I(s)}{Js + B} \quad (2)$$

Por lo tanto:

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{Js + B}{LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_a K_m} \quad (2)$$

C. Datos del motor

Se parametrizan los datos del motor de DCX 6M de la marca Maxon que se muestra en la figura 2, donde se extrajeron las características siguientes:

Inductancia en bornes

$$L = 0.126 \text{ mH} = 0.126 \times 10^{-3} \text{ H}$$

Resistencia en bornes

$$R = 37.2 \Omega$$

Inercia del rotor

$$J = 0.018 \text{ gcm}^2 = 1.8 \times 10^{-9} \text{ Kgm}^2$$

Constante de torque

$$K_m = 3.12 \frac{\text{mNm}}{\text{A}} = 3.12 \times 10^{-3} \frac{\text{Nm}}{\text{A}}$$

Constante de velocidad

$$K_a = 3060 \frac{\text{rpm}}{\text{mV}} = 3.12 \times 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{rad/seg}}$$

Relación velocidad/par

$$B = 36600 \frac{\text{rpm}}{\text{mNm}} = 260.90 \times 10^{-9} \frac{\text{Nm}}{\text{rad/seg}}$$

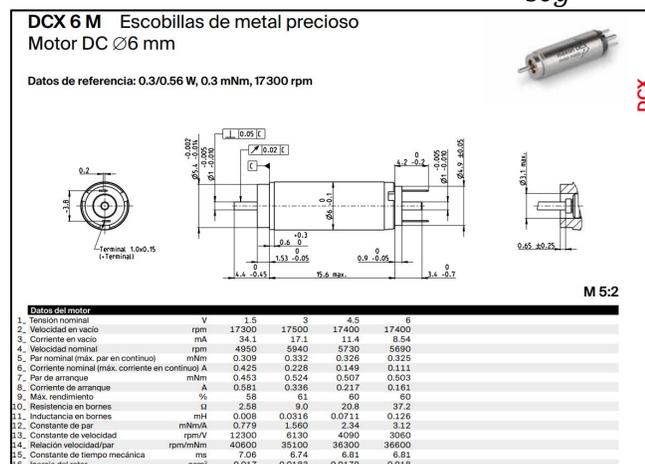


Fig. 2. Hoja de datos motor DCX 6M[10]

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A. Simulación en MATLAB®

Para la simulación con el uso del software MATLAB® se utilizan las ecuaciones 10,11,12 y 15 para observar el comportamiento de las magnitudes de par, velocidad, posición y corriente en función del voltaje de entrada respectivamente.

Código de programa para la sección de script

```
%Programa
clc
clear all
close all
%Datos del motor
L=0.000126; %Henrios
R=37.2; %Ohms
J=0.0000000018; %Kgr-m^2
B=0.00000026090; %Nw-m/(rpm)
Km=0.00312; %Nw-m/Amp
Ka=0.00312; %V/(rpm)
%Función de transferencia entrada-voltaje, salida-par
nump = [Km*J Km*B];
denp = [(L*J) ((R*J)+(L*B)) ((R*B)+(Ka*Km))];
Gp = tf(nump,denp);
subplot(4,1,1);
step(6*Gp)
xlim([0 0.02]);
ylabel('Newtons')
title('Par')
grid on
% Función de transferencia entrada-voltaje, salida-
velocidad
numv = [Km];
denv = [(L*J) ((R*J)+(L*B)) ((R*B)+(Ka*Km))];
Gv = tf(numv,denv);
subplot(4,1,2);
step(6*Gv)
xlim([0 0.02]);
ylabel('Rad/seg')
title('Velocidad Angular')
grid on
% Función de transferencia entrada-voltaje, salida-
posición
numpos = [Km];
denpos = [(L*J) ((R*J)+(L*B)) ((R*B)+(Ka*Km)) 0];
Gp = tf(numpos,denpos);
subplot(4,1,3);
step(6*Gp)
ylabel('Grados')
title('posición')
grid on
```

% Función de transferencia entrada-voltaje, salida-corriente

```
numi = [J B];
deni = [(L*J) ((R*J)+(L*B)) ((R*B)+(Ka*Km))];
Gp = tf(numi,deni);
subplot(4,1,4);
step(6*Gp)
xlim([0 0.02]);
ylabel('Amperes')
title('Intensidad')
grid on
```

Dando como resultado los valores que se muestran en la figura 3

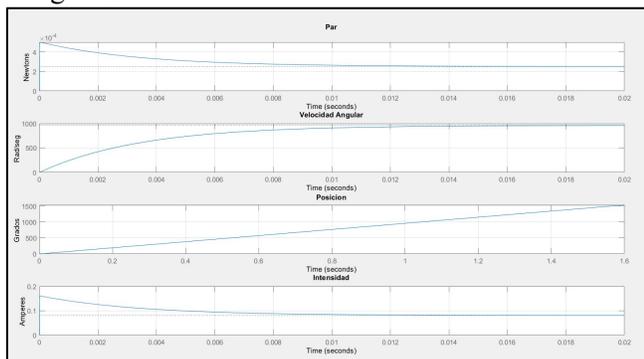


Fig. 3. Ventana de simulación MATLAB®

Fuente: elaboración propia

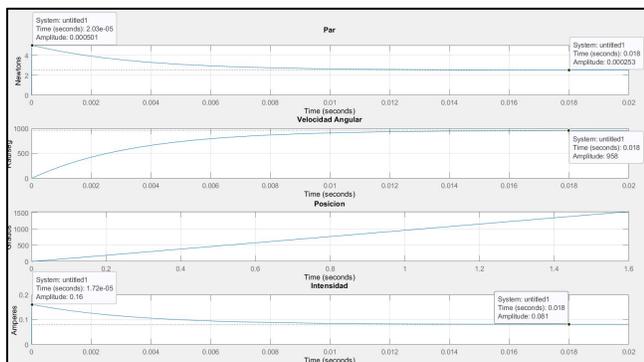


Fig. 4. Datos relevantes

Fuente: elaboración propia

Con el uso del puntero que permite el simulador, podemos extraer de la imagen los siguientes datos:

- Par máximo: 0.000501 Newtons (círculo gris)
- Par nominal: 0.000253 Newtons (círculo negro)
- Velocidad angular nominal: 958 rad/seg (círculo naranja)
- Intensidad máxima: 0.16 Amperes (círculo verde)
- Intensidad nominal: 0.081 Amperes (círculo morado)

Para la simulación con el uso del apartado Simulink® de MATLAB® se diseñó mediante diagrama a bloques, el cual se crea a partir de la combinación de las magnitudes de interés de las ecuaciones 5,6,7 y 8. De la ecuación 5 las magnitudes de interés son la relación de la corriente con respecto a la corriente, quedando el bloque como se muestra en la figura 5.

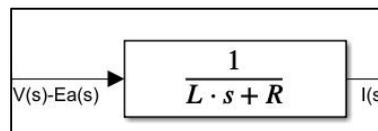


Fig. 5. Bloque de ecuación 5

Fuente: elaboración propia

De la ecuación 6 las magnitudes de interés son la relación de la velocidad angular con respecto al torque, quedando el bloque como se muestra en la figura 6.

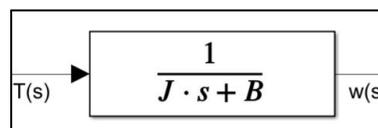


Fig. 6. Bloque de la ecuación 6

Fuente: elaboración propia

De la ecuación 7 las magnitudes de interés son la relación de ganancia de la constante de velocidad con la velocidad angular, quedando el bloque como se muestra en la figura 7.

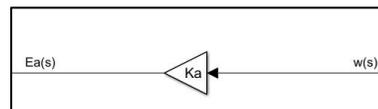


Fig. 7. Bloque de la ecuación 7

Fuente: elaboración propia

De la ecuación 8 las magnitudes de interés son la relación de ganancia de la constante de torque con la intensidad, quedando el bloque como se muestra en la figura 8.

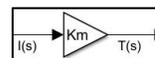


Fig. 8. Bloque de la ecuación 8

Fuente: elaboración propia

Por último, la unión de los bloques da como resultado el diagrama de bloques que se muestra en la figura 9:

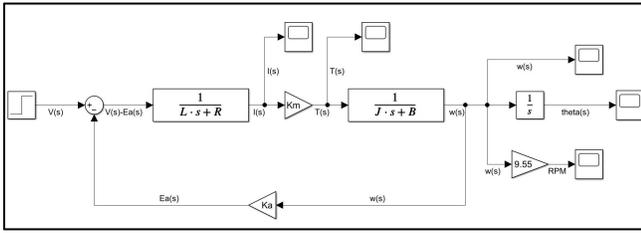


Fig. 9. Diagrama a bloques de modelo de motor DC
Fuente: elaboración propia

Donde asignamos los valores de $v(s)$ como se muestra en la figura 10:

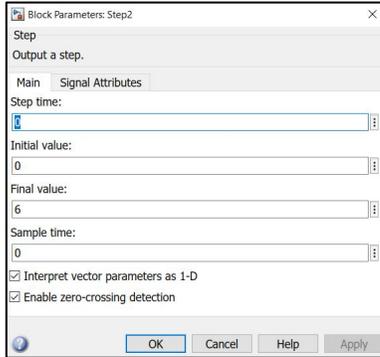


Fig. 10. Valores de $V(s)$
Fuente: elaboración propia

Para el caso de la obtención del valor de posición, se agrega un integrador a la salida del valor de la velocidad angular como se muestra en la figura 11.

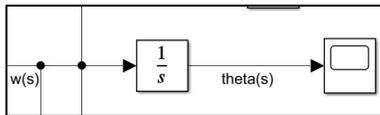


Fig. 11. Adición de integrador al diagrama de bloques
Fuente: elaboración propia

Se establecieron los siguientes parámetros para el integrador (figura 12):

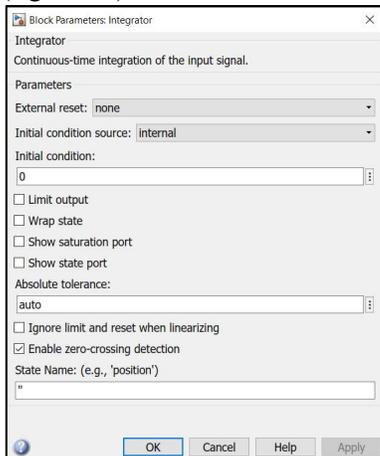


Fig. 12. Condiciones del integrador
Fuente: elaboración propia

Para la asignación de cada uno de los valores de los parámetros del motor se utiliza el comando *callbacks* de la sección de *model properties* en el apartado de *InitFcn*.

Presionamos clic derecho en algún punto que no tenga objeto dentro del *black model* y seleccionamos *model properties* como se muestra en la figura 13:

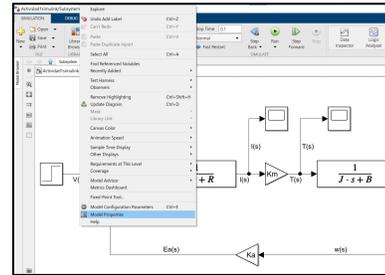


Fig. 13. Comando *model properties*
Fuente: elaboración propia

Después buscaremos la ventanilla *Callbacks*, seleccionamos el apartado *InitFcn* y se escriben los parámetros del motor como se muestra en la figura 14.

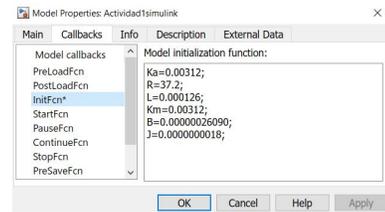


Fig. 14. Datos del motor
Fuente: elaboración propia

Una vez realizados estos procedimientos procedemos a correr nuestra simulación, obteniendo las siguientes imágenes:



Fig. 15. Grafica de par
Fuente: elaboración propia



Fig. 16. Grafica de velocidad
Fuente: elaboración propia

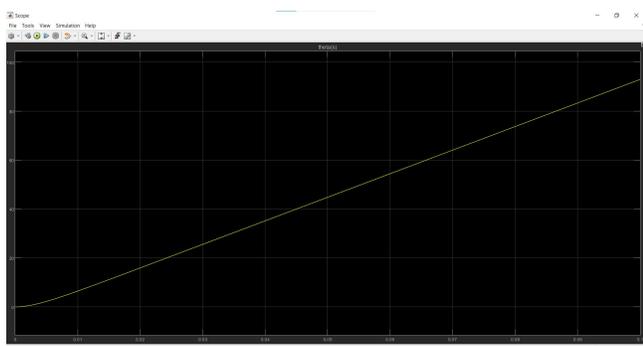


Fig. 17. Grafica de posición
Fuente: elaboración propia



Fig. 18. Grafica de intensidad.
Fuente: elaboración propia

V. CONCLUSIONES

Para realizar la simulación del modelo que describe el comportamiento del motor DC, es necesario comprender su modelo eléctrico y mecánico, esto mediante sus ecuaciones diferenciales, complementando con las ecuaciones que interconectan ambas secciones, generando una relación estrecha.

El uso de la simulación en Simulink® proporciona información valiosa para diseñar y optimizar sistemas dinámicos como los motores DC. Al realizar el análisis de los parámetros y las respuestas reflejadas en el simulador, se pueden tomar decisiones informadas en aplicaciones prácticas.

AGRADECIMIENTO

Este trabajo ha sido realizado gracias al apoyo del Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT), de la jefatura de división de ingeniería electromecánica y la coordinación de investigación del Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan.

REFERENCIAS

- [1] J. Roldan. Motores de corriente continua Monitorización de máquinas y vehículos. España: Paraninfo, 2014.
- [2] P. Ponce y J. Sampe. Máquinas eléctricas y técnicas modernas de control. 2da edición. España: Alfaomega, 2017.
- [3] W. Bolton. Mecatrónica Sistemas de control electrónico en la ingeniería mecánica y eléctrica. 6ta edición. México: Alfaomega, 2017.
- [4] R. Hernandez. Introducción a los sistemas de control Conceptos, aplicación y simulación con MATLAB. México: Pearson Educación, 2010.
- [5] B. C. Kuo. Sistemas de control automático. 7ma edición. México: Prentice Hall, 1996.
- [6] J. J. Distefano, A. R. Stubberud, I. J. Williams. Theory and problems of feedback and control systems. 2da edición. New York: McGraw-Hill, 1995.
- [7] K. Ogata. Ingeniería de control moderna. 5ta edición. España: Prentice Hall, 2010
- [8] O. Rodríguez-Abreo, J. M. Hernandez-Paredes, A. F. Rangel, C. Fuentes-Silva and F. A. C. Velásquez, "Parameter Identification of Motors by Cuckoo Search Using Steady-State Relations," in IEEE Access, vol. 9, pp. 72017-72024, 2021, doi: 10.1109/ACCESS.2021.3078578.
- [9] David Herreman (<http://www.free-css-templates.com>, "Latin-American Journal of Physics Education -- Home Page," Lajpe.org, 2014. http://www.lajpe.org/index_march12.html (accessed May. 01, 2024).
- [10] "Online shop for high precise drive systems by maxon | maxon group," Maxongroup.com, 2024. https://www.maxongroup.com/maxon/view/category/motor?etcc_u=onsite&etcc_med_onsite=Product&etcc_cmp_onsite=DCX+Program&etcc_plc=Overview-Page-DC-Motors&etcc_var=%5bcom%5d%23en%23_d_&target=filter&filterCategory=DCX (accessed Jun. 05, 2024).

BIBLIOGRAFÍA DE AUTORES

MIGUEL ANGEL MORALES-FLORES, Recibió el grado de ingeniero electrónico por el Tecnológico Nacional de México/ Instituto Tecnológico de Tehuacán en 2023. Becario CONAHCYT por el posgrado en Maestría en Ingeniería Mecatrónica de la Universidad de Guadalajara. Profesor de asignatura en el Tecnológico Nacional de México/ Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan. Las áreas de interés son el modelado y control de sistemas de energía y automatización.

EDUARDO GONZALEZ-AMAYO, recibió el grado de ingeniero electrónico por el Instituto Tecnológico de Puebla (I.T.R) en 2007. Profesor asociado en el Tecnológico Nacional de México/ Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan. Coordinador de SGE ISO50001 y líder de grupo de investigación de electromecánica. Las áreas de interés son electrónica digital avanzada y electrónica analógica avanzada, sistemas de gestión y controladores de energía.

SAULO MARQUEZ-JUAREZ, recibió el grado de ingeniero electromecánico por el Instituto Tecnológico de Tehuacán (I.T.R) en 2010. Profesor de asignatura en el Tecnológico Nacional de México/ Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan. Secretario del departamento de Ciencias Básicas, integrante de SGE ISO50001 y del grupo de investigación de electromecánica. Las áreas de interés son subestaciones eléctricas, automatización de sistemas de manufactura y control eléctrico.